CALCULER

7. Calculer

Logique et prérequis, Sylvie-Anne Goffinet, Le Journal de l'alpha, n° 61, novembre 1990, pp. 5-6

Les prérequis mathémathiques pour des enfants de moins de 6 ans et pour des adultes en alphabétisation, Pierre Sartiaux, Le Journal de l'alpha, n° 138, décembre 2003 - janvier 2004, pp. 10-14

Pour que la pensée logico-mathémathique contribue à l'autonomie… Raymonde Hivert Gepalm, Le Journal de l'alpha, n° 139, février-mars 2004, pp. 12-14

Parlez des nombres avec eux, Catherine Bastyns, Le Journal de l'alpha, n° 139, février-mars 2004, pp. 15-19

Un atelier math revu à la sauce 'Baruk', Annick Perremans, Le Journal de l'alpha, n° 139, février-mars 2004, pp. 20-23

DOSSIER

Université de Mons: Logique et prérequis

La logique est omniprésente dans notre vie, dans notre relation au monde, aux autres. Travailler la logique, c'est structurer la pensée, c'est ouvrir à un champ de communication élargi. Travailler la logique, ce n'est pas un luxe, c'est donner un outil qui est notamment utile dans l'apprentissage de la lecture.
Pourquoi?

Lire, c'est raisonner

Parce que la lecture fonctionne par un jeu d'émissions et de vérifications d'hypothèses. Selon J. HEBRARD, "lire ne consiste pas à aller du texte à sa signification possible mais, au contraire, à faire des hypothèses sur une signification possible, puis à vérifier ces hypothèses dans le texte". (1)
C'est une démarche qui rejoint la démarche logique qui consiste, en partie du moins, à vérifier des propositions du style "alors..., si...".
Les hypothèses que l'on émet pour comprendre un texte, on les vérifie à partir d'indices que sont le contexte (type d'écrit, origine, ...), la forme de l'écrit (format, typographie, illustrations, longueur,...), les composantes internes de l'écrit autres que les mots (disposition du texte, ponctuation, majuscules, grammaire,...) et enfin, les mots eux-mêmes, les lettres, groupes de lettres,... Tous ces indices entrent en jeu pour comprendre un écrit.

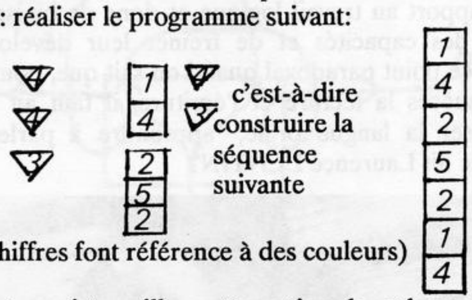
Au niveau des mots, des sons, des lettres, on se trouve à un niveau d'abstraction assez élevé. En fait, l'écrit demande référence constante à des symboles. Dans les dessins que forment les lettres, les mots, il n'y a rien de concret auquel l'apprenant puisse se raccrocher. Et cela est d'autant plus vrai si on base l'apprentissage sur les sons et les syllabes. L'apprenant est entièrement plongé dans un univers symbolique.

Pour peu que cet univers ne soit pas un univers qu'il a appris à maîtriser par différentes situations de vie où le raisonnement logique était requis, pour peu qu'il ne dispose pas des outils pour y faire face positivement, il éprouvera des difficultés face à l'écrit.
Renforcer l'apprentissage par des exercices qui restent à l'intérieur de cet univers symbolique risque de renforcer les difficultés de l'apprenant, du moins de ne pas l'aider à les résoudre.
Faire des exercices supplémentaires sur un son, décomposer la difficulté en divisant le mot en syllabes et la syllabe en lettres, ou encore travailler uniquement sur des syllabes simples et sur les mots composés de syllabes simples, tout cela ne fera qu'éloigner davantage l'apprenant du sens de l'écrit, en l'enfermant dans univers symbolique dont il n'a pas la clé.

Préparer à l'abstraction

Par contre, en travaillant, entre autres choses, la logique, on peut donner des outils qui permettront d'appréhender l'abstraction. Parce qu'il existe des outils (dont ceux présentés dans les encadrés) qui permettent de partir du concret pour aller progressivement vers l'abstrait, vers la symbolisation en passant par la semi-abstraction. De cette manière, on risque moins d'enfoncer l'apprenant dans une difficulté, de le mettre en situation d'échec car:
- le niveau de départ est accessible à tous (il s'agit de travailler des exercices très simples par manipulation de matériel)
- on peut évaluer comment la personne élabore une solution et donc détecter ses difficultés
- une difficulté peut ensuite être décomposée et approchée par des exercices progressifs
- on peut contourner une difficulté en changeant de matériel, tout en travaillant la même notion par un autre biais.

Un exemple: une personne bloque sur la notion de rythme en travaillant avec les mosaïques.
Exercice: réaliser le programme suivant:

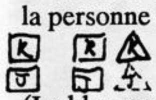


c'est-à-dire construire la séquence suivante

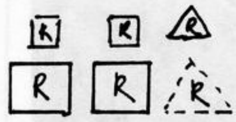
(Les chiffres font référence à des couleurs)

On peut aussi travailler cette notion de rythme avec les blocs logiques. en décomposant la difficulté en travaillant d'abord avec un seul critère de différence, puis deux puis trois...

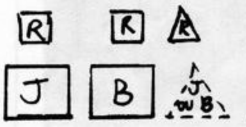
Exercice: on dispose les blocs selon une règle établie et la personne doit compléter par un ou plusieurs blocs.



= changement de coûleur (un critère)
(Le bloc en pointillé est celui à placer par une personne).



= changement de grandeur (un critère)



= changement de couleur et de grandeur (deux critères).etc...

Des liens peuvent être établis avec la langue orale (chaque langue a son rythme propre) et écrite (la disposition du texte, la longueur des phrases et des mots, la ponctuation...). Avec les blocs logiques et les mosaïques, on construit concrètement un rythme. Avec la langue orale, on reproduit le rythme propre à une langue (en marchand, tapant dans les mains, donnant une intonation). Et avec la langue écrite, on repère les symboles marquant le rythme d'un texte et qui contribueront à lui donner sens.

Autres caractéristiques de ce matériel:
Ce sont des outils qui sont dégagés de toute influence culturelle et le travail (ainsi que son évaluation) ne risque donc pas d'être biaisé par des facteurs culturels. Une recherche a été faite auprès de jeunes Indonésiens et il est apparu que globalement les stratégies utilisées et les résultats étaient les mêmes que pour un groupe témoin de jeunes Allemands.

Dans le même ordre d'idée le fait de travailler avec du matériel de raisonnement logique permet de ne pas recourir à l'expression verbale. Le travail verbal demande un décodage supplémentaire et risque de servir de filtre par rapport au travail logique et donc de biaiser l'évaluation des capacités et de freiner leur développement. N'est-ce point paradoxal quand on sait que, pour aborder avec succès la lecture et l'écriture, il faut au préalable maîtriser la langue orale, "apprendre à parler l'écrit", comme dit Laurence LENTIN?

Photo UNESCO

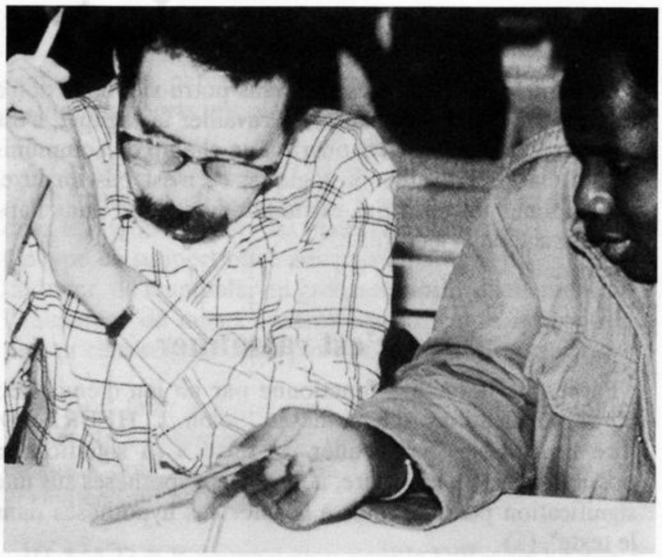


Photo UNESCO

En réalité, l'un n'exclut pas l'autre. On peut travailler sur des registres différents à des moments différents. Cela permet au moins de clarifier sur quel type de compétence on travaille: quand on travaille la lecture, on mélange les deux (maîtrise de la langue et logique). Et il peut paraître intéressant, à certains moments, de clarifier la difficulté en isolant les compétences pour éviter les interférences. De plus, cela permet de différencier les activités en fonction des besoins des apprenants: certains auront davantage besoin de travailler l'oral, d'autres la logique, pour d'autres ce sera encore autre chose...

Enfin, je terminerai sur un aspect du matériel qui peut paraître un frein pour un travail avec des adultes: je veux parler de son caractère ludique. Manipuler des blocs ou construire des circuits (des labyrinthes), n'est-ce pas jouer? Cela fait-il sérieux? Ne va-t-il pas y avoir un rejet de la part des apprenants? Il n'y a pas d'arguments déterminants. C'est au formateur à voir en fonction du groupe avec lequel il travaille. Ce qui est sûr, c'est que l'acceptation du matériel par les apprenants dépend de la motivation du formateur et de la manière dont il fait passer son enthousiasme au groupe.

Si vous n'êtes pas convaincu, abstenez-vous! Mais si cela vous intéresse, lancez-vous: vous risquez de ne pas être déçu!

Sylvie-Anne GOFFINET.

(1) Cité par GARIN C., "Lire, c'est comprendre", in Le Monde de l'Education n 117, juin 85, p. 28.

Pour tout renseignement (informations, organisation de formations, achat de matériel, suivi...), vous pouvez contacter le service de Francis LOWENTHAL, labo NVCD, place du Parc 20, 7000 Mons, 065/37.37.41.

Les prérequis mathématiques pour des enfants de moins de 6 ans et pour des adultes en alphabétisation

Essai de comparaison

Dans ces quelques lignes, j'essaierai de rappeler brièvement la manière dont certains contenus mathématiques s'acquièrent chez les enfants de 0 à 6 ans. À partir de là, et bien que mon expérience dans le domaine soit assez restreinte, j'essaierai de souligner les ressemblances et les différences avec un public d'adultes en alphabétisation. Les domaines touchés seront les domaines numérique, géométrique et logique. [1]
Des pistes d'outils d'évaluation et/ou de formation sont esquissées, souvent à partir de jeux inspirés de jeux d'enfants, parfois à partir d'activités effectuées avec des enfants dans le cadre des premiers apprentissages mathématiques. En espérant que cela puisse servir de point de départ à de nouvelles activités...

Le domaine numérique

Les nombres

Voyons d'un peu plus près ce que recouvre le concept de nombre. Il y a d'abord la *correspondance terme à terme* (un moyen d'association pour déterminer si deux collections ont le même nombre d'objets). Il y a aussi la *cardinalité* (la quantité d'objets d'une collection) qui comporte différentes facettes :
- savoir 'combien' il y a dans une collection ;
- la reconnaissance d'ensembles ayant le même nombre d'éléments (même si on ne sait pas combien) ;
- l'inférence, à partir d'une correspondance terme à terme de la quantité d'une collection en connaissant l'autre ;
- la capacité à donner une quantité donnée, sans correspondance.

Le *nombre* (au sens mathématique) est la propriété qui relie tous les ensembles ayant la même quantité d'éléments. C'est le concept de nombre cardinal. Voilà pour le côté mathématique.

Au niveau de la psychologie de l'apprentissage, le domaine numérique chez l'enfant est sans doute le domaine le plus étudié en regard des autres domaines (géométrique, logique,...).
Historiquement, selon Piaget (1947), il n'y a pas grand chose à faire avant 6-7 ans du côté des apprentissages numériques. Pour faire bref, selon lui, tant que l'enfant n'a pas acquis le *principe de conservation*, il ne peut y avoir de concept numérique.

Une des expériences permettant de voir si l'enfant a acquis le principe de conservation, est de lui soumettre deux rangées identiques de pions (d'égale quantité et de même disposition), d'avoir son accord sur l'équivalence des quantités, puis de rétrécir une rangée afin qu'elle paraisse plus courte et de demander à l'enfant « s'il y a toujours autant de pions » dans chacune des rangées.

Situation 1 | Situation 2 (on a resserré une des lignes)

Si pour l'enfant, c'est la rangée la plus longue qui contient alors le plus de pions, les seules activités à mener sont des activités langagières autour du comptage routinier, 'automatique'.

Vers 1967, une psychologue américaine (R. Gelman) montre que des bébés possèdent des aptitudes numériques.

On montre par exemple des images contenant différentes quantités d'objets et on fait entendre des coups de tambours aux bébés assis sur les genoux de leur maman, les bébés observent plus longtemps les images contenant le même nombre d'objets que de coups de tambours entendus. (D'autres expériences montrent que les jeunes enfants possèdent bien des aptitudes numériques.)
Gelman suppose alors que les enfants possèdent, de manière innée le concept de nombre. Mais pour elle, comme pour Piaget, il n'y a rien de particulier à faire pour faire acquérir le concept de nombre aux enfants, si ce n'est apprendre des routines de fonctionnement.
Dans les expériences de Gelman, il me semble que ce n'est pas le concept de nombre qui permette à l'enfant de répondre correctement aux stimuli, mais plutôt la correspondance terme à terme. Et si le concept de nombre n'est pas inné (ce que je crois), alors il y a lieu de travailler pour que l'enfant acquière ce concept.

Chez les adultes, on est loin de tout ce débat. Les adultes en alphabétisation ont un concept de nombre et des représentations (opérationnelles ou non) des opérations mathématiques. Aussi ne vais-je pas développer cet aspect d'acquisition du concept cardinal ni les activités ludiques permettant d'y arriver pour m'attarder sur d'autres aspects.

Parallèlement au concept de nombre, il faut que l'enfant maîtrise correctement la chaîne numérique (il doit connaître le vocabulaire, la grammaire et la syntaxe de la construction orale et écrite des nombres). Dans la chaîne numérique (la chanson des nombres), il ne faut pas se tromper : ne donner chaque nombre qu'une seule fois, sans en oublier etc. À défaut de quoi, le résultat du comptage sera erroné.

La construction des nombres n'est pas toujours aisée à décoder et n'est pas la même pour toutes les langues.
À titre d'exemple, 'vingt trois' signifie vingt plus trois, alors que 'deux cents' signifie deux fois cent (et non pas deux plus cent). Dans d'autres langues, la construction n'est pas la même : 'een en tachtig' – 'un et quatre-vingt' en néérlandais pour 'quatre-vingt et un', 'tleta ou achrine' – 'trois et vingt' en arabe pour vingt-trois,...
Pour le formateur en alpha, la connaissance des règles de construction des nombres dans la langue d'origine des apprenants est un 'plus' en ce sens qu'elle doit permettre de décoder les erreurs faites par l'apprenant. Une conscience des règles de construction de nos nombres est évidemment nécessaire. Il me semble ici que tout comme pour les enfants, la connaissance correcte de la construction de la chaîne numérique est un prérequis à une utilisation correcte du concept de nombre (qui se construit aussi 'en dehors' de la connaissance de la chaîne numérique). Les outils ici peuvent être identiques : chan-

sons, comptines, etc… qui en plus de l'aspect langagier permettent une connaissance d'éléments culturels ou de repères dans ce domaine.

Les opérations

Après les nombres, viennent les opérations. Ici aussi, une connaissance des procédures connues par les apprenants adultes est utile : parfois les règles et les écritures ne sont pas les mêmes – et ça peu importe – l'important ici est le savoir-faire. Si tel est le cas, pourquoi imposer notre multiplication écrite (par exemple) alors que d'autres procédures tout aussi valables existent de par le monde. Si les apprenants ne maîtrisent pas de procédures (mentales ou écrites), alors on revient au même point que chez les enfants.

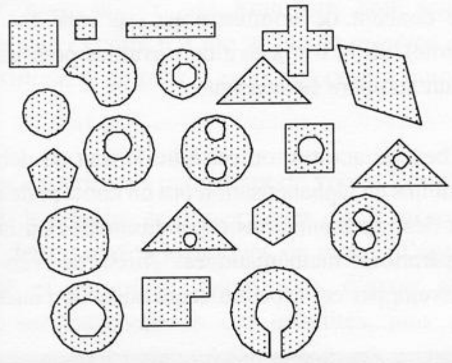
Un jeu de l'oie à deux dés permet de faire des additions sans le savoir. Des collections de points à mettre en relation, des dominos où la règle est 'pour que deux pièces puissent être mises côte à côte, il faut que leur somme fasse 8', etc… sont des terrains propices à l'acquisition du concept d'addition.

Après viennent les techniques utilisées en primaire, l'utilisation de la base dix (des paquets d'allumettes pour le passage à la dizaine,…). Le 'jeu de la banquière' permet ce passage : on lance deux dés et l'on gagne autant de jetons verts (1 point) que ce qu'on a eu sur les dés ; après un certain temps, on doit utiliser les jetons rouges (1 rouge vaut 5 verts) et plus tard les bleus (1 bleu vaut 2 rouges ou 10 verts). Lors des comptes, on manipule les concepts additifs. De là, on arrive aux jeux de magasin et des courses à faire et à payer.

Le domaine géométrique

Les enfants, dans l'apprentissage de la géométrie, passent généralement par 3 étapes mises en évidence par Piaget. Attention, le langage utilisé par Piaget ne recouvre pas exactement les notions mathématiques, bien que les termes utilisés soient les mêmes. C'est ainsi, que dans sa découverte de la géométrie, l'enfant appréhende le monde des formes d'abord par le domaine *topologique*, où ce qui importe, c'est le lien deux à deux des éléments, la forme générale, les trous dans les objets, la présence de pointes ou d'arrondis. Vient ensuite la géométrie *projective* (toujours selon Piaget) où l'enfant reconnaît le concept de droite, de parallèle, d'angle. Puis enfin, il reconnaît les propriétés *euclidiennes* que sont les longueurs, le nombre de côtés, etc… En jouant à un jeu de 'loto des formes' on peut évaluer le stade de développement de l'enfant.

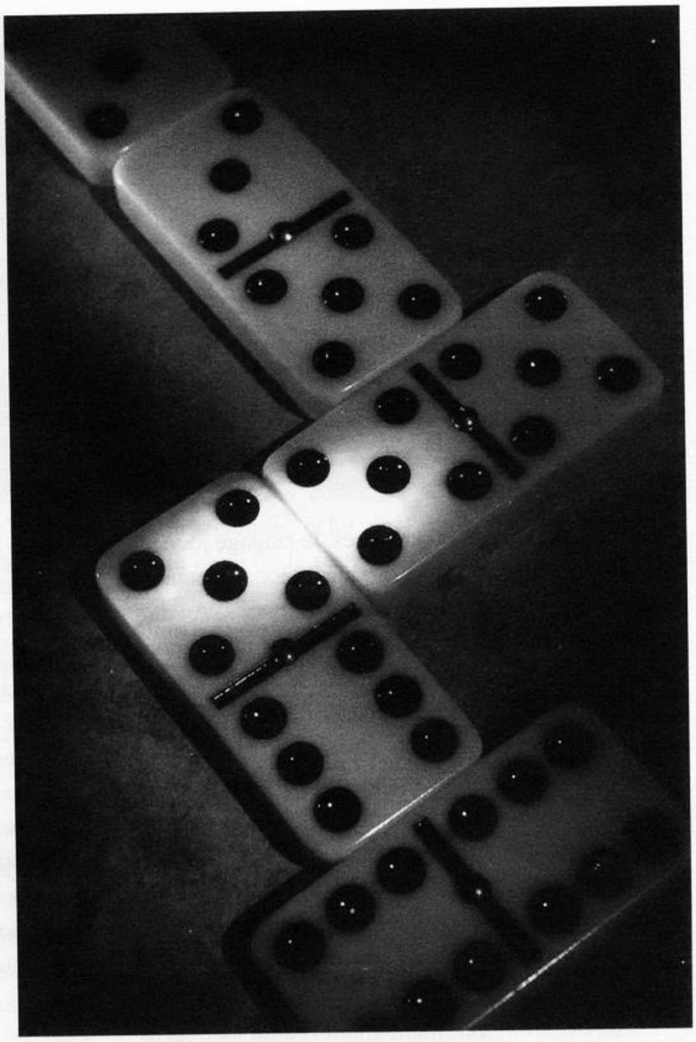
On présente le dessin d'une forme sur un carton. Dans un sac opaque, le joueur doit choisir parmi plusieurs formes prédécoupées, en les palpant, celle qui correspond à l'image.



En effet, s'il choisit la forme de triangle pour une image d'étoile, il est au niveau topologique, ou s'il choisit la pièce trouée carrée pour le dessin d'un cercle aussi troué. Par contre, s'il ne choisit pas le triangle plein pour un rectangle plein, mais qu'il confond rectangle et carré (tous deux ont des angles droits et des côtés parallèles deux à deux) ou hexagone et octogone (ce sont deux polygones), il est au niveau projectif. S'il tient compte en plus du nombre de pièces et de leur taille (quand il y a plusieurs carrés, ne pas confondre petit et grand carré) alors, il est au niveau euclidien.

Parallèlement à ces développements, une série de notions passant par le langage doivent se déve-

lopper (mais les concepts sous-jacents sont liés aux stades précités). Les notions et les termes liés pour des objets alignés, la droite, le parallélisme, les positions absolues ou relatives (devant, derrière, au-dessus, en-dessous, à gauche,...) doivent s'installer.
Des jeux où une photo (ou un dessin) présente des objets comme sur une scène de théâtre et qu'il faut reconstituer en miniature avec les objets en trois dimensions sont des situations intéressantes.

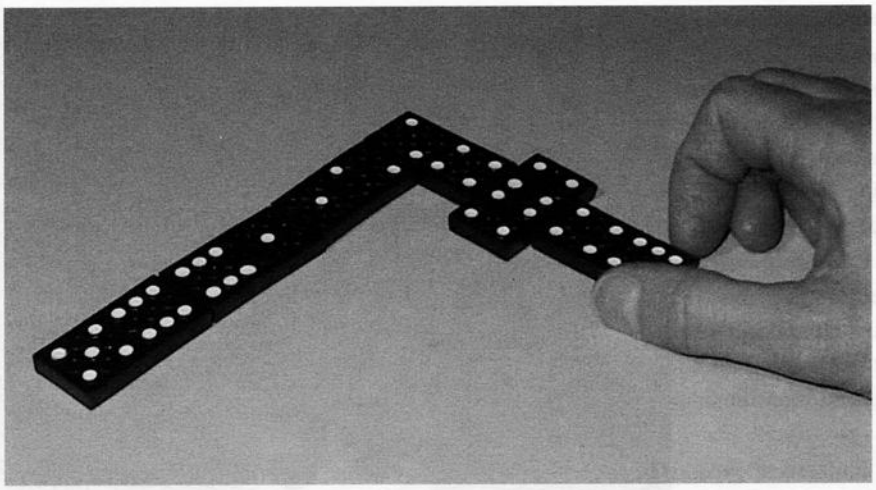


De même, toute situation d'échange d'informations 'à distance' pour réaliser deux images ou deux constructions similaires sont à retenir. Par exemple, en distribuant à différents groupes d'apprenants deux boîtes de chaussures contenant toutes le même matériel : une boîte d'allumette, un élastique, un bouchon, une pièce,... et en demandant à chaque groupe de disposer comme bon lui semble quelques éléments dans une des boîtes et d'en faire un dessin. Puis de donner le dessin à un groupe voisin qui devra reconstituer avec les objets de la deuxième boîte, le 'théâtre' qu'il a reçu.
Une confrontation avec la boîte d'origine permet le contrôle et l'ajustement ainsi que la compréhension (pour le formateur, l'évaluation) de ce qui a posé problème.

Chez les adultes, on peut supposer que les concepts sont dans la tête des apprenants, par contre le vocabulaire pour les identifier n'est pas là. Dans ce cas, on peut insister davantage sur la phase de verbalisation (orale ou écrite) des manipulations qui sont effectuées.

Le domaine de la construction logique

Chez les enfants, c'est un domaine qui s'acquiert bien souvent en situation courante. Des *algorithmes*, suites d'objets, de dessins, de perles, de couleurs, de formes,... à continuer ou des tableaux à double entrée (dans lesquels on classe les enfants et les activités qu'ils réalisent, par exemple), des jeux de puzzles, d'emboîtements, etc... sont autant de situations de construction logique. Le langage doit s'acquérir en parallèle. Des difficultés surgissent, car les enfants ont leur propre logique, qui n'est pas forcément LA logique. Cela est lié aux stades du développement de l'enfant (par exemple, lors du passage par le *syncrétisme*, les relations de cause à effets ne sont pas 'logiques' : c'est parce que les feuilles des arbres bougent et s'agitent qu'il y a du vent).
Chez les adultes, on peut être confronté lors de situations particulières à une culture différente et une logique (organisationnelle par exemple) différente.



Comme pour les autres domaines, le langage joue un rôle important dans l'opérationnalité des connaissances. Et le langage 'joue des tours'. À titre d'exemple, le vocable 'ou' en arabe est utilisé dans le langage courant pour dire le 'et' de chez nous. En entendant une phrase en français dans laquelle on utilise un 'ou' (de chez nous), le cerveau d'un arabophone (inconsciemment) peut l'utiliser comme un 'ou' (de chez lui). Par exemple, s'il y a un courant d'air dans la pièce, un apprenant arabophone à qui on demande de fermer la porte ou la fenêtre, fermera les deux (situation maintes fois vécue).

En guise de conclusion(s) toute(s) provisoire(s)

Tout au long de ces quelques lignes j'ai tenté de montrer qu'il fallait maîtriser le langage et les concepts propres aux situations mathématiques. Il faut également s'assurer que le langage recouvre bien les concepts (d'une langue à l'autre, l'association mot/concept peut recouvrir des aspects différents).

Trouver des activités développant un concept sans passer par le langage formulé explicitement n'est pas chose facile. Le langage vient en aide et permet parfois – je pense cependant que ce serait une erreur de penser que c'est un passage obligé – d'éclairer un concept. Mais bien souvent le concept doit être acquis indépendamment et en situations ayant un sens, vécu à partir d'expériences, pour pouvoir être formalisé par la suite (à l'aide du langage notamment). Pour des adultes ayant déjà des concepts (ou des 'préconcepts'), peut-être que passer par le langage suffit à rendre l'apprenant fonctionnel dans la société. Pour les autres, il faut acquérir les concepts, et dans ce cas, les étapes par lesquelles passent les enfants sont des balises que l'on peut suivre en les adaptant pour asseoir les connaissances à acquérir. Et toujours sans confondre le langage et l'acquisition des concepts.

L'aspect culturel est aussi à prendre en compte ; là où chez l'enfant il faut construire quelque chose, chez l'adulte, il faut parfois d'abord connaître ce qu'il y a et adapter, modeler sa structure à celle que l'on veut faire apprendre.
Beaucoup d'activités mathématiques offrent des situations langagières et de structuration en plus des concepts mathématiques, n'est-ce donc pas un bon prétexte pour en faire plus ?

Pierre SARTIAUX
Haute Ecole Roi Baudouin – Braine-le-Comte

Bibliographie

- Alain DESMARETS, Benoît JADIN, Nicolas ROUCHE, Pierre SARTIAUX, **Oh, moi les maths**, Edition Talus d'approche, 1997.
- André LEMOINE, Pierre SARTIAUX, **Des mathématiques aux enfants – Savoirs en jeu(x)**, Edition De Boeck, Collection 'Outils pour enseigner', Prix de l'Académie royale des Sciences, 1998.

[1] *Les remarques formulées sont assez personnelles et reflètent des expériences empiriques, même si elles s'inspirent des connaissances théoriques dans le domaine des apprentissages cognitifs.*

Pour que la pensée logico-mathématique contribue à l'autonomie...

Le GEPALM (Groupe d'Etudes de la Psychopathologie des Activités Logico-Mathématiques) est une association française qui forme depuis 30 ans des rééducateurs soucieux de restaurer ou de consolider les structures de pensée des personnes qui leur sont confiées. Ils s'efforcent d'amener ces personnes à se doter d'un 'outil personnel de pensée' qui leur permettra d'accéder au savoir.

Cet outil ne peut se forger qu'au cours de longues heures de travail (et quel que soit le domaine abordé) qui amènent à considérer une situation sous tous ses aspects, à coordonner les différents points de vue recueillis, à anticiper le résultat des actions et à déduire des informations à partir d'autres informations après s'être détaché des constatations. Les personnes analphabètes souffrent souvent d'une rigidité de pensée induite par la crainte de l'échec et le souci de ne retenir que la 'bonne réponse'. Toutes les techniques de rééducation du GEPALM visent à se détacher du conditionnement et à favoriser ce que Jean Piaget appelle 'la mobilité rétroactive et anticipatrice de la pensée'.

De nombreuses recherches ont été menées pour déterminer l'origine des résistances à comprendre le nombre et la numération, à maîtriser les techniques opératoires ou à résoudre les problèmes simples de la vie quotidienne. La majorité de ces recherches fait référence à la nécessité de traiter sous un aspect logique les activités de pensée qui règlent nos actions.

Les structures logico-mathématiques

'L'édifice cognitif' de tout individu se construit au fil des années. Comme pour tout édifice, ses chances de s'ériger harmonieusement, solidement et pour longtemps reposent sur le soin qui a été apporté aux 'fondations'. Celles qui permettent de tirer profit des apprentissages en arithmétique se nomment 'structures logico-mathématiques'.

La logique occidentale, héritière d'Aristote et fondement de notre civilisation informatisée, est basée sur :

- l'opposition vrai / faux,
- le principe de non-contradiction (si c'est vrai, ce n'est pas faux),
- le principe du tiers exclu (c'est vrai ou c'est faux, il ne peut y avoir de 3ème possibilité).

Pour les stagiaires accueillis dans le cadre de l'alphabétisation, ces assertions ne sont pas toujours des évidences et certaines personnes ont des modes de pensée qui s'accommodent mal de cette 'logique'. Cependant, dans un souci d'insertion, il est nécessaire que les formateurs les entraînent à la pratique des raisonnements et consolident certaines structures de base. Entre autres, pour pouvoir calculer dans de bonnes conditions, il est nécessaire de connaître les propriétés des relations qui existent entre les objets et particulièrement celles qui concernent les 'structures de sériations et de classifications'.

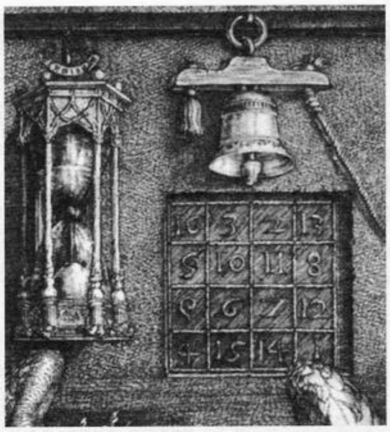
Par exemple, en ce qui concerne les 'relations d'ordre' :

- Si Jean est plus grand que Paul, Paul est plus petit que Jean. C'est l'antisymétrie.
- Si Jean est plus grand que Paul et Paul plus grand que Marc, alors Jean est plus grand que Marc. C'est la transitivité.
- Il ne peut exister d'individu qui soit à la fois plus grand que Jean et plus petit que Paul. Cette impossibilité est déterminée par les structures du réel.

Ou encore, en ce qui concerne 'l'inclusion de classes' :

- Si tous les moutons sont des animaux, alors
- tous les animaux ne sont pas pour autant des moutons,
- tout ce qui n'est pas animal ne peut être mouton.

Nous savons par expérience que beaucoup d'adultes en situation d'échec n'ont pu se forger de telles certitudes faute de pouvoir coordonner plusieurs points de vue et prendre simultanément en considération les parties et le tout. Par exemple, faute de comprendre la propriété d'antisymétrie, ils ne pourront décrire une personne comme étant à la fois plus grande et plus petite que certaines autres qui l'entourent. Ou encore, s'ils admettent volontiers que les moutons sont des animaux, ils ne peuvent traduire cela en termes de « tous les moutons ne sont que quelques animaux » ni considérer les situations d'inclusion hiérarchique des classes additives.



16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Albrecht DÜRER, Mélancolie – Détail : le carré magique.
La somme des nombres en lignes, colonnes et diagonales du carré est toujours la même (ici 34). De plus, ce carré possède 8 formes ou 8 figures différentes, obtenues par rotations (4 figures y compris l'original), symétrie par rapport aux médianes (2 figures) et symétrie par rapport aux diagonales principales (2 figures).

Comment, dans ces conditions, envisager que ces personnes puissent appréhender l'aspect ordinal et l'aspect cardinal du nombre, utiliser l'ordre alphabétique pour repérer un mot dans le dictionnaire, comprendre le sens d'une soustraction ou résoudre un problème ? Les structures de sériations et de classifications appartiennent aux bases de l'édifice cognitif de tout apprenant. Elles doivent être consolidées avant d'entamer un quelconque travail d'apprentissage des savoirs scolaires, faute de quoi les acquis resteront fragiles et le plus souvent inexploitables.
On peut envisager des activités portant sur des sériations temporelles : achats successifs à effectuer, tâches à remplir pour parvenir à … avec utilisation d'un code et fabrication de 'traces' qui permettront des déductions ultérieures. Ou travail de combinatoire qui mène à la multiplication de classes et permet de trouver toutes les façons de fabriquer des objets différents possédant plusieurs critères (forme, couleur, décoration par exemple).

Le raisonnement

L'enfant d'âge scolaire a un mode de pensée 'concret'. Il est capable de concevoir un système d'organisation rationnel d'un matériel et de raisonner sur les relations entre les éléments du système. Il peut classer, ordonner, mesurer, coordonner les points de vue, revenir en pensée à la situation initiale et anticiper le résultat de ses actions. L'adolescent parvient à se détacher du concret. Au cours de ce stade, dit intermédiaire ou pré-formel, le raisonnement implique soit l'application d'une structure opératoire concrète à un contenu abstrait, soit l'application d'une structure opératoire formelle à un contenu concret.

Ce n'est que lorsque les implications (si…, alors…) acquièrent leur signification stricte et complète qu'elles présentent dans la logique des propositions qu'on parvient à la capacité de raisonner dans l'abstrait et d'accéder à la pensée adulte, appelée 'hypothético-déductive'.
Bien peu d'adultes raisonnent sur un mode formel en toutes circonstances et nous avons tous nos petites faiblesses qui nous portent à revenir au concret pour nous aider à raisonner (manipulations, schémas, tableaux, etc…).
Dans le cadre d'actions d'alphabétisation, il est recommandé d'amener à pratiquer des déductions à partir de situations ancrées dans le réel, mais sans jamais vouloir introduire des procédés facilitateurs qui conduiraient à des démarches procédurales non transférables ou non généralisables.

Perspectives de travail

Nous n'avons évoqué ici que les structures et le raisonnement logico-mathématiques. Mais quel que soit le domaine travaillé (le contenu des techniques

Bibliographie complémentaire

Jean PIAGET :
- *La genèse des structures logiques élémentaires*, avec Bärbel INHELDER, Editions Delachaux et Nietslé, 1967 (2ème édition)
- *La genèse du nombre chez l'enfant*, avec Alina SZEMINSKA, Editions Delachaux et Nietslé, 1967

Francine JAULIN-MANNONI :
- *Les quatre opérations base des mathématiques*, APECT*,1965
- *Rééducation du raisonnement mathématique*, APECT, 1965
- *Rééducation pratique du calcul*, APECT, 1966

Bernadette GUERITTE-HESS :
- *Le nombre et la numération. Pratique de rééducation*, avec Michelle BACQUET, Editions du Papyrus, 1992
- *Le tour du problème*, avec Michelle BACQUET, Geneviève POUJOL, Muriel SOULIE et Claudine DECOUR, Editions du Papyrus, 1996

Gérard VERGNAUD :
- *L'enfant, la mathématique et la réalité. Problèmes de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire*, Peter Lang (Berne), 1985

** L'association APECT (Association Pour une Ethique de la Connaissance et de sa Transmission) propose en particulier les ouvrages qui ont été conçus et mis en forme au sein du GEPALM.*
Site : www.editions-apect.com

de remédiation étant adapté, bien sûr), le souci du formateur doit toujours être d'amener l'apprenant à se détacher des constatations pour déduire des informations à partir d'autres informations. Dans un premier temps, ces déductions se feront à partir d'informations vérifiables. Compte tenu de ce qui s'est passé :
- Je suis sûr que la réponse se trouve ici.
- Je suis sûr que la réponse ne se trouve pas ici.
- Je ne peux pas savoir, la réponse est 'peut-être' ici ou là… (la notion d'indécidabilité est beaucoup plus difficile à comprendre que la certitude et ne doit pas être introduite trop tôt dans les activités de remédiation, sous peine de renforcement de la pensée magique ou de déstabilisation inopérante).

Beaucoup plus tard, les déductions pourront se faire à partir d'informations hypothétiques.

Le chemin peut être long et difficile, peut-être impossible. Mais il nous semble qu'un formateur a avancé dans la bonne direction, s'il a pu :
- multiplier les situations où l'apprenant doit 'effectuer un parcours de plusieurs possibles et activer sa mobilité de pensée' ;
- proposer des activités s'appuyant sur 'les propriétés des structures de pensée mais ancrées dans les structures du réel et de la réalité' ;
- dépasser le stade des constatations en suggérant 'la résolution d'énigmes qui ne peuvent se faire que par un raisonnement', aussi élémentaire soit-il.

Même s'il n'est pas parvenu à enseigner toutes les connaissances de base en mathématiques qu'il aurait souhaité, il aura certainement aidé cet apprenant à se consolider et s'autonomiser.

Raymonde HIVERT
GEPALM

[1] Un article complet traitant aussi du nombre, de la numération, du calcul mental et des opérations arithmétiques est disponible à la rédaction du Journal (tél : 02 502 72 01).

Carré magique avec chiffres arabes d'Orient (plaque de fer retrouvée dans les ruines d'un palais chinois)

Coordonnées du GEPALM
60, boulevard Saint-Marcel
75005 Paris
Site : www.gepalm.org
Courriel : info@gepalm.org

Parlez (des nombres) avec eux

Fin novembre dernier, Stella Baruk donnait à Bruxelles une formation de deux jours organisée par Lire et Ecrire communautaire.
Impossible évidemment de restituer ici le contenu de ces deux journées très denses, auxquelles participaient plus d'une cinquantaine de personnes. Mais j'en évoquerai quelques éléments, qui me semblent particulièrement illustratifs de la démarche de cette mathématicienne qui est aussi une militante de la pédagogie du dialogue.

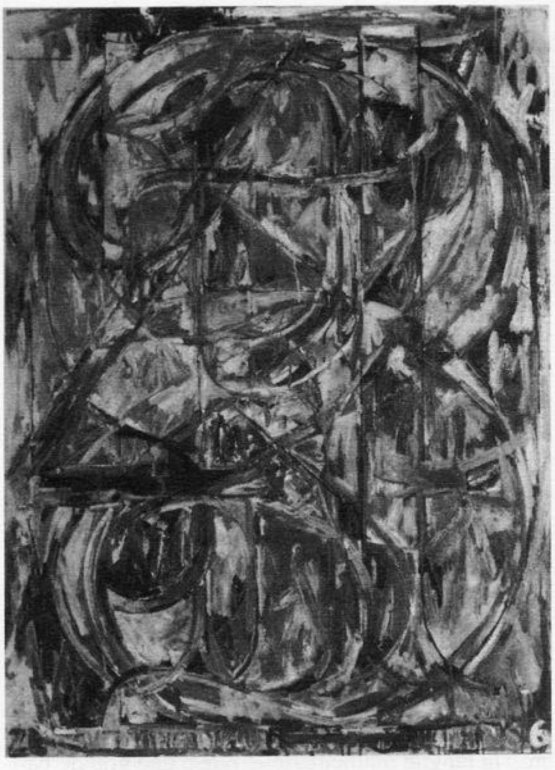
Le cinéaste Pedro Almodovar signait récemment un film beau et émouvant où il est question d'une femme plongée dans un coma profond qu'il s'agit de garder vivante, et même de ramener à la conscience, en lui parlant. Cela s'appelait *Parle avec elle.*
Une bonne part de l'apport de Stella Baruk à la didactique des mathématiques tient dans cette exhortation : parlez avec eux – parlez avec ceux qui s'efforcent d'apprendre ce que vous souhaitez leur enseigner. Qu'ils soient enfants ou adultes, qu'ils aient ou non été mis en contact avec les savoirs mathématiques, qu'ils soient libres encore à cet égard ou déjà transformés en 'automathes'.
Ce mot-valise, Stella Baruk l'a forgé, voici longtemps déjà, suite à ce constat : l'enseignement scolaire des mathématiques produit des quantités démesurées d'enfants, qui font pourtant ailleurs preuve de sens, de sensibilité et de sensualité, mais sont capables, en maths, d'accepter comme de vulgaires automates qu'un mouton ait 32 pattes, qu'une femme mesure 4,50 m et que 4 soit posé comme égal à 7.
Selon Stella Baruk, si les maths sont devenues pour eux ce monde surréel où le plus invraisemblable est possible *(« Oh, en maths, vous savez... »* s'est-elle souvent vu répondre), c'est parce que l'erreur – la chose la plus naturelle qui soit quand on passe du connu au nouveau – n'est jamais vue à l'école autrement que comme 'horreur'. Comme une bêtise à barrer en rouge, et qui fait de surcroît rapidement cataloguer son auteur comme un bêta. On l'arrête, au lieu de s'y arrêter et d'en faire le point de départ d'une discussion. Or Stella Baruk soutient que l'erreur en maths est constitutive de l'apprentissage. Sans doute, reconnaît-elle, est-ce vrai pour tout apprentissage ; mais elle précise que dans le cas des mathématiques, *« l'erreur est **l'instrument** même de l'édification de ce savoir, parce qu'il est construit sur la dialectique du vrai et du faux, et qu'on ne peut savoir de façon interne ce qu'est le vrai si on ne sait pas de quoi est fait le faux qui en cerne les contours »*[1].

Les trois langues

Si la parole est tellement essentielle dans l'acte d'apprendre et d'enseigner, ce n'est donc pas tant parce que c'est plus sympathique ou plus convivial, mais parce que *« l'entendement d'un sujet fonctionne constamment sur le mode de la parole »*[2].
Mais tout aussi essentielle que la parole est la prise en compte que dans toute situation d'enseignement, trois langues sont simultanément en présence, et que la clé de l'enseignement est précisément d'organiser des passerelles, des 'traductions' de l'une à l'autre – en fait, d'expliciter leur coexistence. La première est bien sûr la langue maternelle, ou tout au moins celle de la parole usuelle. La deuxième, la langue des lieux d'enseignement, est censée faire le lien – mais elle faillit trop souvent à cette mission – avec la troisième, la langue des savoirs. Pour Stella Baruk, méconnaître la coexistence de ces trois niveaux de langue dans n'importe quelle entreprise d'enseignement est à la base de la faillite de cet enseignement.

Ce n'est pas la moindre originalité de Stella Baruk que de pourfendre cette idée reçue que les mathématiques sont de purs concepts auxquels l'esprit accède d'autant mieux qu'on le libère de tous les mots inutiles en s'en tenant aux définitions et règles les plus économiques et formalisées. Car, outre le fait que les définitions peuvent varier selon les méthodes, les écoles, les époques, les auteurs, etc., la langue mathématique puise une grande part de son vocabulaire dans la langue usuelle, mais en donnant aux mots, aux expressions, un autre sens – ou un sens limité, ou surdéfini, etc. – par rapport à l'usage courant. Pensez à 'différence', 'produit', 'ensemble', 'absolu', 'rationnel',... Les exemples sont si nombreux que Stella Baruk en a établi un dictionnaire français / mathématiques, sur le modèle des dictionnaires bilingues français / russe ou français / espagnol[3].

Or les mots ou les concepts utilisés pour transmettre un savoir nouveau engagent le sens déjà connu de ces mots ou concepts ; ce sens fait forcément irruption, parasite de sa logique propre celle des notions nouvelles à acquérir. Stella Baruk note que bien des 'erreurs' peuvent s'interpréter comme des questions posées sur la raison d'être et les modalités de fonctionnement d'un nouveau système. Ne pas traiter ces erreurs comme telles, ne pas établir les relations entre la langue usuelle et la langue du savoir, ne pas montrer les différences entre les logiques qui les sous-tendent, empêche d'édifier ce savoir. Mais il y a plus grave : car non seulement un savoir ne 'tient' pas s'il ne s'enracine pas dans le lieu du sens, mais le 'bon sens' tout court risque lui-même d'être saccagé s'il se voit bafoué sans autre forme d'explication.



Jasper JOHNS, 0 à travers 9

Parmi mille exemples de dialogues manqués, en voici un, tiré de *Doubles jeux*[4]. Une jeune élève, à qui l'on demande si deux droites parallèles ont des points communs, répond que oui, bien sûr elles en ont, puisqu'elles sont toutes deux droites et toutes deux illimitées. Belle confiance dans ses savoirs antérieurs, qui lui valut un zéro. Reste la question : après combien de coups assénés à son bon sens un enfant se transforme en 'automathe' – voire en 'comatheux'.

Deux ou trois choses que je sais de plus (de l'enseignement) des nombres

Les deux journées de formation données par Stella Baruk portaient plus particulièrement sur l'apprentissage / l'enseignement des nombres, de leur organisation, de leurs représentations.

Comme ce qui précède vous le donne à penser, la démarche va articuler en permanence la langue parlée avec l'écriture chiffrée (les deux ayant des logiques différentes), tout en construisant à chaque étape le sens du nombre nouvellement acquis. Et, par 'sens', il faut entendre ici quelque chose de très polymorphe, qui prend en compte toutes les acceptions du terme : la *signification* (l'entendement), la *sensation* (ce qui se perçoit par les sens, par l'ouïe, la vue, le toucher, mais aussi ce qui se montre, les gestes faits pour le montrer) et la *sensibilité*, l'émotion.

L'objectif

Pour se sentir à l'aise avec le 'nombreux' et toutes les opérations qu'on peut faire avec les nombres, la base indispensable est d'avoir une connaissance précise et riche des différentes représentations du nombre :

- comment il se dit
- ses écritures :
  - ☆ *numérale* ('en toutes lettres', c'est-à-dire écrit tel qu'on le dit, ainsi qu'on le mentionne par exemple sur les chèques pour éviter les falsifications)
  - ☆ *numérique* (en chiffres)
- ses représentations visuelles (des points ordonnés, comme sur les cartes ou les dominos)

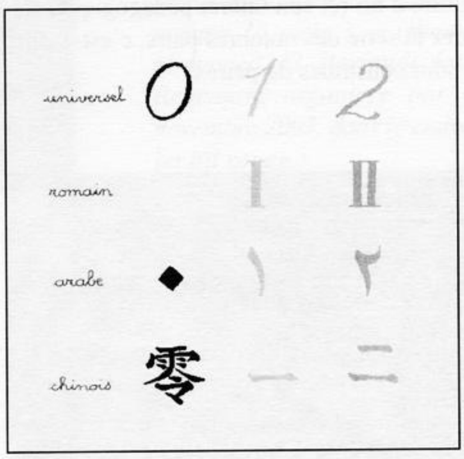
- représentations du nombre comme *cardinal* (appréhension directe) ou comme *ordinal* (pris dans une suite permettant d'arriver à *n*).

De l'abstraction

Dans la réalisation de ce vaste programme, Stella Baruk estime que ce que l'on craint souvent à tort, c'est l'abstraction. Or les mots (ou les chiffres) du nombreux sont faits pour mettre en mémoire une quantité en l'absence de cette quantité – ni plus ni moins que les mots désignant un phénomène ou une chose sont faits pour représenter ce phénomène ou cette chose. Et lorsqu'on raconte l'histoire d'un ours dans une sombre forêt, nul n'est besoin d'amener la bête, ni d'éteindre la lumière…
La crainte de l'abstraction a amené bien des pédagogies modernes à commencer l'apprentissage du nombre par le 'nombre de …' : 3 pommes, 2 tartes à partager pour 8 enfants, etc. Or si le nombre est du ressort des mathématiques, le 'nombre de' relève du traitement socialisé de la quantité. Tout l'écart entre langue du savoir et langue usuelle est déjà là, reflétant l'écart entre la logique d'un savoir spécialisé et les logiques opérationnelles dans notre vie quotidienne.
Si vous avez du mal à le croire, voyez plutôt. En mathématiques, 2 + 3 est toujours égal à 5. Cela peut certes paraître plus réaliste, plus familier, bref plus 'parlant', d'enseigner que 2 pommes + 3 bananes font 5 fruits, ou qu'avec 5 € on peut acheter 2 bics à 1 € et 1 cahier à 3 €. Mais dira-t-on de 2 chiens qui ont à eux deux 3 puces qu'il y a là 5 animaux ? Ou que disposant de 2 pommes et de 3 cerises, on peut donner pour dessert un fruit à 5 enfants ? Cette variabilité de la réponse, si intéressante et riche qu'elle soit[5], n'existe pas en mathématiques. Et lorsque c'est à ce savoir-là qu'on veut ouvrir l'accès, c'est bien au nombre, et non au 'nombre de' que les apprenants ont droit.
D'ailleurs, de l'expérience de Stella Baruk, comme de celle de plusieurs participants à la formation, ce qui éblouit les apprenants au moment où ils comprennent le système de l'écriture chiffrée des nombres, c'est précisément de pouvoir écrire n'importe quel nombre, serait-il même si grand que la quantité d'objets correspondante est quasi inimaginable.

Par où commencer

Stella Baruk, rarement en panne de ruptures d'habitudes, estime qu'il ne faut pas commencer à enseigner le nombre par 1 ou 2. 1 serait pour ainsi dire le contraire du 'nombreux', puisque c'est précisément l'unité, le singulier. Et 2, en ce qu'il figure la paire ou le couple, n'est pas loin d'être dans le même cas, comme en atteste d'ailleurs le fait que de très nombreuses langues distinguent le singulier, le *duel* et le pluriel.
Quant à commencer par le 0, ou à introduire cette notion explosive avant d'en avoir fait ressentir l'utilité (par exemple dans la numération de position), c'est pour notre pédagogue le comble du non-sens.
L'encadré ci-dessous, qui illustre l'absence du zéro dans les chiffres romains et la complexité de son graphisme dans l'écriture chinoise classique[6], défendra cette idée mieux qu'un long discours.



*Agnès Rosenstiehl, **Chiffres en friche**, Larousse, 1979*

Elle commence donc là où le nombreux est sensible[7], par 5, qu'il faut obtenir en cardinal : montrer les 5 doigts de la main ouverte. Par cette 'monstration', on valorise le comptage sur les doigts : c'est bien par là que l'humanité a commencé à compter.
A 5 – comme ensuite à tous les nombres successivement appris – seront associées ses différentes représentations :
- l'énonciation du mot 'cinq'
- sa monstration (le geste)
- la figuration de cette monstration,  par cinq petits traits en éventail :
- l'écriture chiffrée du 5 (et si c'est possible à ce stade, son écriture en toutes lettres)

- un groupe de 5 points organisés (comme dans les dominos ou les cartes).

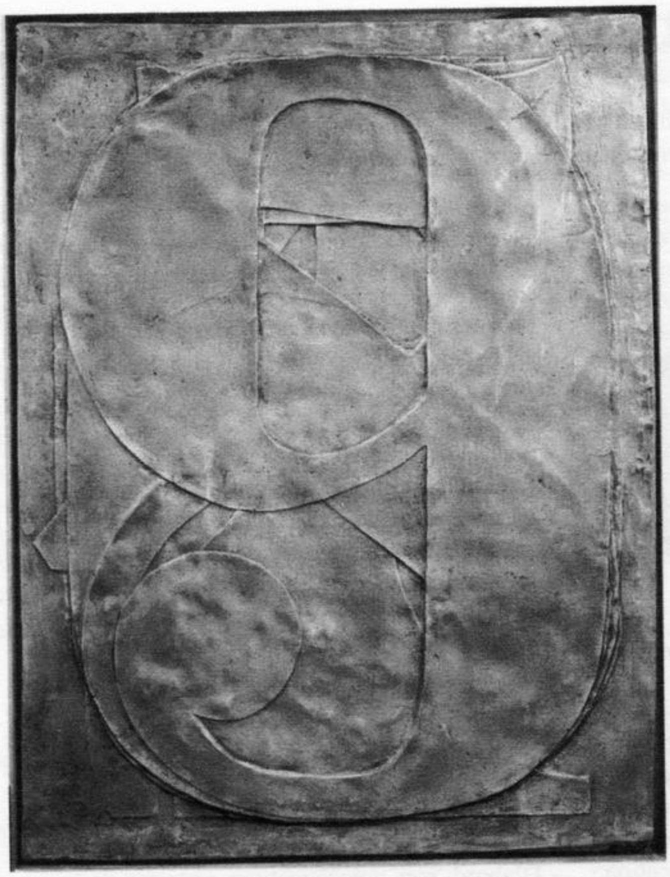
Le 5 – les 5 doigts de la main – est donc le pivot à partir duquel on va monter jusqu'à 9 (en ajoutant progressivement les doigts de l'autre main, mais toujours en sorte qu'ils fassent bloc pour ne pas gêner l'appréhension cardinale) et descendre jusqu'à 1 (en pliant progressivement les doigts).
Le 1 est, selon Stella Baruk, le nombre à un chiffre à aborder en dernier : il y a peu à en dire, sinon que comme il ne donne pas grand chose à voir, il est facile à reconnaître. Mais il est la matière constitutive des nombres entiers – *last but not least*, en quelque sorte.
Le 2, vu juste avant, ne pose pas non plus grand problème, si ce n'est au niveau auditif : la distinction 'de' / 'deux' ('deux équipes de deux', etc.) mérite un soin particulier, notamment – mais pas seulement – avec les personnes étrangères. Son titre de gloire à lui (et son intérêt pédagogique) est d'inaugurer la série des nombres pairs, c'est-à-dire ceux qui sont constitués de paires.

Jasper JOHNS, Chiffre 5

Tous les nombres acquis doivent être travaillés jusqu'à rendre parfaitement cohérent le lu, le su, le vu, l'entendu et, si l'on peut dire, le mû (la monstration). Outre l'acquisition des différentes représentations qu'on a mentionnées, cela passe par l'observation (des points 'organisés' permettent une saisie directe du nombre comme cardinal, tandis que des points en désordre nécessitent qu'on les compte, et le nombre est alors perçu comme ordinal). Par toutes sortes d'évocations de *« où il y a du 2, du 3, du 4... »* (du 2 comme '2 yeux', du quatre comme 'quadrupède', du 8 comme '2 moutons et donc 8 pattes' – c'est certes du 'nombre de', mais produit par l'apprenant en fonction de sa subjectivité, de son histoire, de l'état de ses connaissances, etc.). Par des dessins formés en reliant tel ou tel nombre de points (les carrés ou les diabolos reliant 4 points ; les étoiles tracées 'sans lever le crayon' reliant 5, 7, 8 ou 9 points ; les roses des vents simples à 4 points cardinaux, ou composées, etc.). Cela passe encore par des comptines, des chansons… Bref, par tout ce qui permet de mobiliser les différentes dimensions du sens (signification, sensation, sensibilité) pour concourir à l'intégration cohérente des 9 premiers nombres. Au point, dit Baruk, qu'on les (re)connaisse *« comme des personnes »*.

Où continuer ?

On peut dire que Madame Baruk a provoqué un certain émoi dans l'assistance en annonçant qu'après 9, elle passait à 37 ! Et un franc étonnement quand elle a expliqué que cela lui avait été inspiré par une comptine où il est question de 'trente-sept assiettes'…
Mis à part le support de la comptine, la raison pédagogique de ce grand saut est double.
On retrouve d'une part le principe qui avait présidé au choix du 5 dans la classe des unités : pour qu'apparaisse la nécessité d'un nouveau rang de chiffres, il faut aller à nouveau vers du nettement plus nombreux. Mais ce qui rend ce 37 particulièrement 'bonne pâte' et 'bon prof' est qu'il se dit en mots presque comme il s'écrit en chiffres. Dans 'trente' on entend 'trois' (avec juste la différence qui indique qu'il y a quelque chose qui change), alors que dix ou vingt ne révèlent rien du 1 ou du 2 qu'ils ont dans le ventre[8]. Et trente-sept se compose de deux mots distincts, alors que les nombres de 10 à 16 se disent en un mot, tout composés qu'ils soient.



Jasper JOHNS, 0 à travers 9

Tout cela réduit considérablement le risque de conflit entre la langue parlée et la langue numérique, et permet d'écrire

3	7
trente	sept

en énonçant *« avec un 3 qui vaut 30 et un 7 qui vaut 7 »*.

Et bien qu'on ait évité la rencontre frontale avec le zéro, le principe de la numération de position est installé, et avec lui la raison d'être de ce fameux zéro dans notre système numérique.

Où s'arrêter

En ce qui concerne cet article, je crois que je ferais bien d'en rester là, non ?

Mais quant à son objet, et bien il semble que ça ne s'arrête jamais. Le beau de l'affaire, c'est même justement ça.

Catherine BASTYNS
Lire et Ecrire Communauté française

[1] *In* ***L'âge du capitaine****, De quelques jugements erronés portés sur l'erreur, pp. 55-87 de l'édition de poche (Points Sciences).*

[2] *Ibid., p. 144.*

[3] ***Dictionnaire des mathématiques élémentaires***, Seuil, 1992.

[4] *Stella BARUK (et 40 autres auteurs),* **Doubles jeux**, *Seuil, 2000.*

[5] *Pour des exemples plus fouillés que ces histoires de cerises et de puces, voir l'article d'Omer ARRIJS dans ce numéro. Dans le même ordre d'idées, je ne résiste pas à rapporter ce dialogue, qui date de l'époque pionnière de l'alphabétisation des travailleurs immigrés : « 36 mois, ça fait combien d'années ? ». « 2 ans et 10 mois ». Et l'apprenant d'ajouter, devant la perplexité du formateur : « Tu n'es pas au courant qu'en Belgique l'année compte 13 mois ? ». (Rapporté par Mohamed El Barroudi lors d'une Rencontre organisée par CFS en novembre 2003, dans le cadre du projet* **Fil rouge***.)*

[6] *Un signe pareil (une quinzaine de traits !) n'est évidemment pas utilisé comme marqueur de classe vide, le système de numération chinois fonctionnant sur un autre principe, grâce à des caractères distincts pour les 4 premières puissances de 10. Il s'agit en fait du nombre 0.*

[7] *Dans la démarche qu'elle a construite, Annick PERREMANS l'animatrice commence à 1 (voir dans ce numéro :* **Un atelier maths à la sauce Baruk***). Mais il s'agit là d'un retour sur des nombres déjà connus, tout en introduisant de nouveaux outils permettant de surmonter des difficultés rencontrées auparavant dans les nombres à plusieurs chiffres.*

[8] *Condorcet, dans cette vaste entreprise de rationalisation de la langue et des systèmes de mesure qui accompagne la révolution française, proposa d'ailleurs de renommer dix et vingt en* unante *et* duante*. Mais si notre système métrique actuel date effectivement de cette époque, la langue s'est montrée plus rétive aux arguments de la raison.*

Un atelier math revu à la sauce 'Baruk'

Le constat d'une difficulté chez les participants d'acquérir la numération au-delà du nombre 9 m'a amené à me poser des questions... et j'ai trouvé une réponse dans les explications et les constructions de Stella Baruk...

Point de départ

Il me semblait adéquat vu cette difficulté de proposer au groupe – il s'agit d'un groupe de niveau 1 – le 'plan' de travail de Stella Baruk, même si cela pouvait en quelque sorte ressembler à un retour en arrière puisqu'on allait retravailler la numération depuis le départ. Jusqu'ici, si nous avions travaillé l'écriture des nombres en mots, le lien entre cette écriture et l'écriture chiffrée n'était pas la base de la construction de la numération. Une toute autre approche donc...

Bien sûr, avant de proposer de retravailler la construction de la numération suivant cette méthodologie, j'en ai parlé avec le groupe ; j'ai parlé de la formation que j'avais suivie et des éclairages différents que cela m'avait apporté... Bref, j'étais convaincue... Et le groupe accepta sans réticences de 'reconstruire' différemment la numération.

Taille du groupe

A chacun de voir, mais en ce qui me concerne, je dirais une dizaine : suffisamment pour pouvoir travailler en sous-groupes, comparer entre eux, mais également assez peu nombreux pour que l'animateur puise entendre chaque voix lors des moments de questionnements et d'hypothèses du groupe, et être attentif à 'entendre' celles qui sont 'muettes'.

Matériel

- pour les nombres de 1 à 9 : 3 ou 4 jeux de 27 cartons rectangulaires comprenant chacun les constellations *(voir ci-dessous)*, les nombres-mots et les nombres-chiffres de 1 à 9.
- pour le nombre 10 : plusieurs constellations, une fois le nombre-mot et une fois le nombre-chiffre
- cartons rectangulaires pour différentes propositions ou interpellations qui pourraient surgir
- gros marqueurs indélébiles d'au moins trois couleurs différentes
- rouleau de grandes feuilles
- aimants ou papier collant pour afficher

Objectifs

Je vous propose mes objectifs pour cette animation sous forme de cheminement :
- D'abord, mes préoccupations en terme de 'pourquoi ?' Pourquoi souvent les mêmes erreurs, les

Jeu d'awalé (encore appelé wari ou mancala) qui nécessite des compétences mathématiques (numération, calcul, raisonnement logique) si on veut développer des stratégies. De nombreux enfants en Afrique ont appris à compter grâce à l'awalé...

'erreurs types' ? Par exemple, trois cent vingt-cinq qui devient en écriture chiffrée 30025.
- Suit alors le 'en quoi ?' En quoi nos différentes approches peuvent-elles nous amener, le groupe et moi, à construire notre 'numération interne' ?
- Enfin vient le 'comment ?'. Quelles logiques soutiennent la construction de la numération ? Quelles en sont les exceptions ? Comment construire avec les participants quelque chose de clair qui nous parle à tous ?

Les réponses de Stella Baruk m'ont permis de faire des liens, d'éclairer sous une autre facette certaines de 'mes' évidences qui se retrouvaient sans explication ou la recherche de certaines explications là où finalement ne se dessinait que l'arbitraire. Dès lors, l'objectif de vérification des 'effets' ressentis lors de cette formation ne pouvait que prendre pied dans l'esprit de la première démarche 'grandeur nature'.

Présentation de la démarche

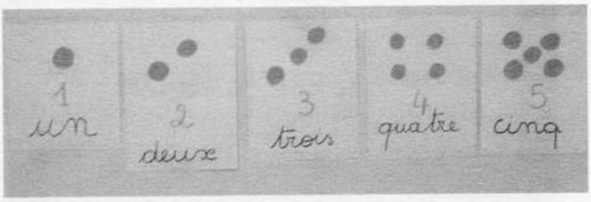
Comme expliqué plus avant, une discussion 'méthode' avec le groupe a entraîné son accord quant à un léger retour en arrière.

Vérification de l'acquisition des nombres de 1 à 9

Monstration avec les doigts

L'animateur montre :

Les participants nomment 'un'.
Ceci pour les nombres de 1 à 9 dans l'ordre et dans le désordre, avec une rapidité de plus en plus marquée.



Constellations / nombre-mot / nombre-chiffre

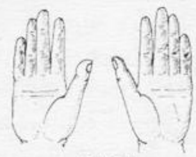
Les participants sont répartis en sous-groupes de trois. Chaque sous-groupe reçoit 3 jeux de 9 cartes : les 9 constellations (représentation par des • des nombres de 1 à 9 en disposition de type 'dés'), les 9 premiers nombres écrits en mots (*un, deux, trois, etc.*) et les neuf premiers nombres écrits en chiffres (*1, 2, 3, etc.*).
Chaque participant a donc une série complète des 9 premiers nombres : soit la série des 9 constellations, soit celle des nombres écrits en mots, soit celle des nombres écrits en chiffres.
Dans chaque sous-groupe, les participants reconstituent les 'trios' et viennent les afficher au tableau. Chaque 'trio' est affiché verticalement tandis que la progression de 1 à 9 est affichée horizontalement.

Ce travail a permis de vérifier l'acquisition des 9 premiers nombres et permet également aux participants, grâce à l'affichage, de se construire un premier outil de référence qui sera indispensable par la suite…

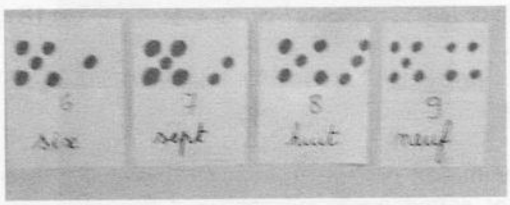
Construction de la numération

La base 10

Monstration :



Les participants nomment 'dix'.
Quand on a 10 fois le nombre 1, on obtient un nouveau nombre qui se dit '10' et s'écrit 'dix'. On peut afficher la constellation et les écritures correspondantes.
L'écriture en chiffres que je propose met en valeur (par la couleur) le 1 et n'utilise pas le 0 (le chiffre du silence) mais plutôt un signe symbolisant que le 1 arrive en 2ième position (en partant de la droite) quand il représente dix. Dix devient donc : 1~



Les nombres à deux chiffres

L'animateur montre 'dix-sept' en utilisant ses mains. Le groupe nomme 'dix-sept'.
L'animateur demande qu'un participant vienne afficher les constellations correspondantes au

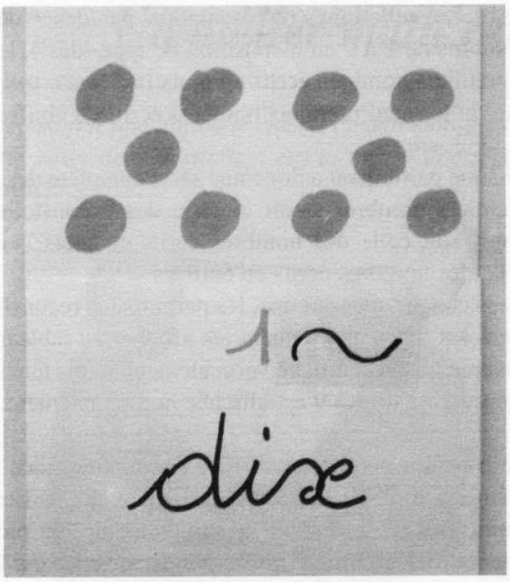


tableau : celle de dix et celle de sept. Question au groupe : quel est le nombre affiché ? Le nombre 'dix-sept' est nommé par le groupe.
L'animateur propose alors à chaque participant d'écrire dans son cahier ce nombre en utilisant des mots (les constellations affichées permettent aux participants d'utiliser l'écriture adéquate des mots).
Les participants comparent leurs écrits deux par deux, ensuite l'un d'entre eux écrit sa proposition au tableau. Le groupe est-il d'accord avec cette proposition ? Pourquoi ?

L'animateur propose ensuite le même exercice avec l'écriture en chiffres du nombre dix-sept.
Au tableau, le 1 vient s'inscrire en-dessous du dix et le 7 en-dessous du sept.

A partir de la monstration, l'animateur propose au groupe la recherche de l'écriture des nombres 18 et 19.

Les 'exceptions'

L'animateur propose maintenant, par appauvrissement, et toujours en monstration, le nombre seize.
Le groupe nomme le nombre.
Les constellations correspondantes sont dessinées sur une grande feuille. *« Qu'avons-nous ? » « Que devrions nous dire (référence à la construction de dix-sept,...) ? ».* Hypothèses du groupe… Retenir 'dix', 'six'. *« Mais que dit-on ? ».*
L'animateur écrit seize, 16.

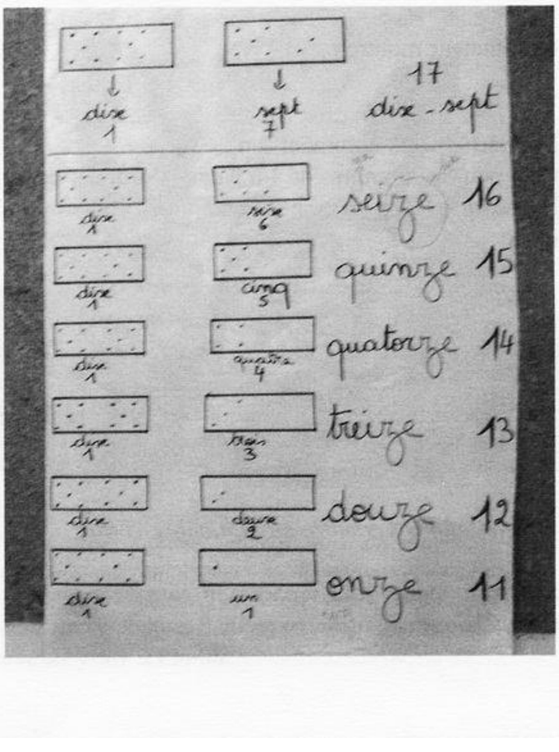
Il met en évidence (couleur) le 'ze' de seize et le '1' de 16.
Toujours en appauvrissant, le groupe va ainsi nommer et construire quinze, quatorze, treize, douze et finalement onze.

Nous obtiendrons donc :

dix	six	se dit	sei**ze**	16
dix	cinq	„ „	quin**ze**	15
dix	quatre	„ „	quator**ze**	14
dix	trois	„ „	trei**ze**	13
dix	deux	„ „	dou**ze**	12
dix	un	„ „	on**ze**	11

en reproduisant pour chaque nombre la constellation correspondante (comme pour seize).

Ces constellations et écritures sont reportées sur la grande feuille. Cette liste des exceptions est alors interrogée : *« Que remarquez-vous ? ».* Les éléments répétitifs ayant déjà auparavant été mis en évidence ('ze' et '1') par la couleur, le groupe voit les répétitions et peut les nommer : on peut alors noter ces remarques dites par le groupe : 'ze' pour dix et les liens :



sei → six
quin → cinq
trei → trois
dou → deux
on → un

Vérification de la construction

Tous les nombres de un à dix-neuf sont proposés pêle-mêle par l'animateur en monstration. Le groupe nomme les nombres.
Chacun écrit le nombre en mots et en chiffres dans le cahier.
On compare les écrits.
Un participant fait une proposition au tableau.
L'animateur questionne le groupe : *« Est-ce correct ? Pourquoi ? »*

Conclusion

En conclusion de cette plage de math de 3 heures, les participants étaient enthousiasmés :
- *« Pour moi maintenant, c'est plus clair. »*
- *« Je n'avais jamais utilisé les mots ; maintenant, je comprends. »*

Et puis… Plusieurs *'merci'* auquel j'ai répondu par un *'merci Stella'*… Et nous avons tous ri…

Mon évaluation fut positive, car si j'avais des craintes quant à l'utilisation des mots écrits pour parler d'un nombre, la réalité me montra que les personnes ne réagissaient pas comme si les mots étaient une difficulté supplémentaire – n'oublions pas que ces participants sont également au niveau 1 en français – mais au contraire que cela avait entraîné une réelle appropriation de la numération de 1 à 19 que nous avons travaillée ce jour-là ; puisque chacun a pu écrire correctement en mots et en chiffres les nombres proposés.

Pour la suite… sus aux dizaines et nous pourrons construire tous les nombres à deux chiffres !

Annick PERREMANS
Collectif Alpha