

ANNE CHEVALIER

RÉUSSIR L'ENTRÉE EN MATHÉMATIQUES

Construire
les nombres
naturels
et les opérations



CHANGEMENTS
pour l'égalité



Couleur livres

Présentation
Lire et Écrire
30 Mars 2021

Anne Chevalier

D'où vient ce livre ?

- ✓ Nombreuses formations dans l'enseignement fondamental et pour des formateurs en alphabétisation
- ✓ Les difficultés rencontrées par les enseignants et les formateurs en alpha sont quasi identiques
- ✓ Grand vide au niveau de documents ressources pour les formateurs en alpha
- ✓ Écriture du livre accompagnée par un comité de lecture auquel Delphine Versweyveld a participé



Plan de l'exposé

- ✓ **Une question-préoccupation** : en finir avec l'analphabétisme mathématique
- ✓ **Deux expériences collectives** de praticiens-chercheurs
- ✓ **Trois catégories d'obstacles** à l'apprentissage des nombres et du calcul
- ✓ **Quatre défis** pour réussir l'entrée en mathématiques
- ✓ **Cinq fils conducteurs** pour construire les nombres et les opérations
- ✓ **Six balises méthodologiques** pour faire apprendre
- ✓ *Sept à vous de jouer !*



Une question-préoccupation

En finir avec l'analphabétisme mathématique

- ✓ Résultats insatisfaisants des évaluations externes non certificatives et des enquêtes PISA : l'école n'arrive pas à assurer à tous les élèves à 15 ans les connaissances mathématiques suffisantes pour comprendre le monde qui les entoure.
- ✓ Peur et méconnaissance des mathématiques par les citoyens, y compris d'un certain nombre d'enseignants
- ✓ On fait porter une **responsabilité individuelle** aux apprenants et aux enseignants sans s'attaquer à ce qui fait obstacle
- ✓ Nécessité de **réponses didactiques** dont la mise en œuvre est de la **responsabilité du système scolaire** et de ses **acteurs**



Deux expériences collectives de praticiens-chercheurs

1. **Groupe d'Enseignement Mathématique (GEM)** depuis 1980 : *comment enseigner des mathématiques qui font sens et les apprendre avec plaisir ?*
2. **ChanGements pour l'égalité (CGé)** depuis 2002 : *quelles pédagogies émancipatrices pour tous les élèves ?*

Ce livre

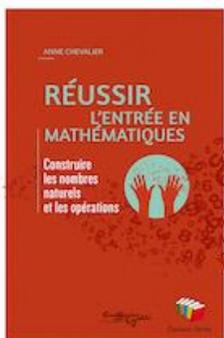
- ✓ se situe au **croisement** de ces deux expériences fondatrices
- ✓ vise la **réussite de l'entrée en mathématiques pour tous**



Trois catégories d'obstacles à l'apprentissage des nombres et du calcul

- ✓ Au fil des formations continues : *Quelles sont les difficultés récurrentes de vos élèves/apprenants pour comprendre les nombres et le calcul ?*
- ✓ Toutes ces difficultés sont des obstacles à l'apprentissage classés en trois catégories :
 1. **épistémologiques** liées au savoir lui-même
 2. **méthodologiques** liées à la façon de faire apprendre
 3. **systemiques** liés à l'organisation du système scolaire

Ce livre tente de proposer des pistes pour surmonter ces trois catégories d'obstacles.



Quatre défis pour réussir l'entrée en mathématiques

Défi 1 : Donner du sens aux nombres et aux opérations

Défi 2 : Enseigner le langage et les codes mathématiques

Défi 3 : Construire l'abstraction

Défi 4 : Développer l'intelligence calculatoire



Défi 1 : Donner du sens aux nombres et aux opérations

- ✓ montrer leur **utilité** à travers des situations de vie
- ✓ identifier leur **signification** en lien avec la pensée mathématique
- ✓ inscrire le tout dans la **direction** d'un savoir universel

Défi 2 : Enseigner le langage et les codes mathématiques

- ✓ Initier à la **langue liée à une discipline**
- ✓ utiliser un **langage codé** construit avec le groupe
- ✓ Introduire progressivement les **codes universels**

Défi 3 : Construire l'abstraction

Les nombres, l'égalité et les opérations doivent devenir des **objets mentaux**

- dégager des caractéristiques communes à des familles de situations : « **c'est comme** »
- faire correspondre un choix de représentations ou de **schématisations**
- faire un travail systématique de **mise en mémoire**

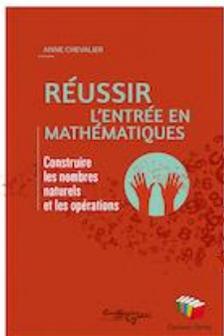
Défi 4 : Développer l'intelligence du calcul

Aujourd'hui, les objectifs de l'enseignement du calcul sont :

- ✓ donner du sens aux calculs
- ✓ privilégier les estimations
- ✓ établir des relations entre les calculs
- ✓ distinguer différentes catégories de stratégies calculatoires
- ➔ apprendre à choisir la procédure la plus adéquate en fonction des nombres et des opérations en jeu

Cinq fils conducteurs

- ✓ En réponse aux **obstacles épistémologiques** liés à l'apprentissage des nombres et des opérations :
 - irrégularités de la **numération orale**
 - structure de la **numération écrite**
 - distinction entre les sens **cardinal** et **ordinal** des nombres
 - différents **sens des opérations**
 - différence entre une **addition** et une **multiplication**
 - sens de l'**égalité**
 - multiplicité des **sens du zéro**
 - ...

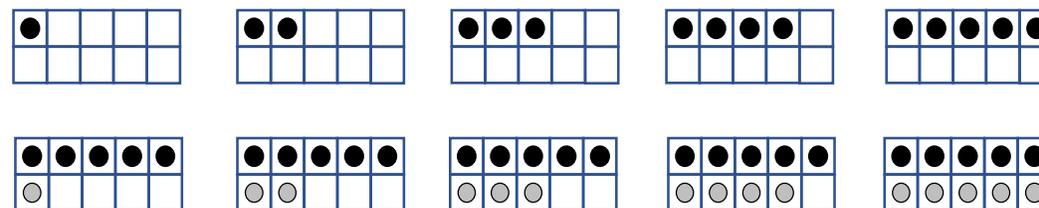
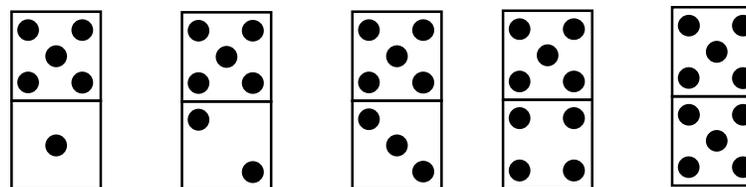


Fil 1 : concevoir les premiers nombres

des quantités



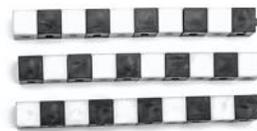
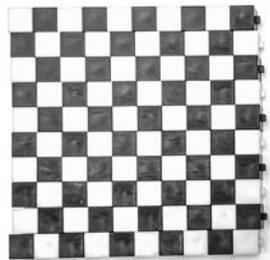
aux schèmes



en passant par les **mains** et les **doigts**
pour apprendre à **voir**, **dire** et **garder des traces** des petits nombres
comme **mémoires des quantités**.

Fil 2 : se représenter et désigner les nombres naturels

des groupements



à la numération décimale

orale et écrite

4 paquets de 5 et encore 1
ou *deux-dix-un*

		
1	3	4
cent	trente	quatre

pour apprendre à relier l'organisation de quantités
aux désignations orale et écrite de tous les nombres

Fil 3 : ordonner les nombres naturels

de la file numérique



à la droite graduée



au tableau de 100

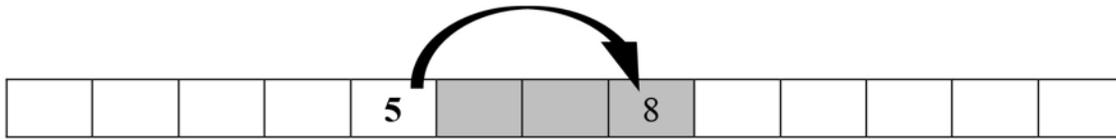
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

pour construire et utiliser des supports structurés des nombres

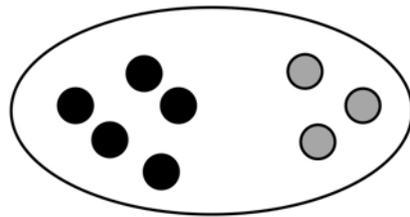
Fil 4 : donner du sens aux opérations

des situations

- Un pion est sur la case 5 ; il avance de 3 cases. Sur quelle case arrive-t-il ?



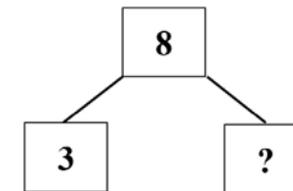
- Dans un sachet, il y a 8 billes en tout dont 3 sont grises. Combien y a-t-il de noires ?



aux opérations

$$5 \xrightarrow{\boxed{+3}} ?$$

$$5 + 3 = 8$$



$$8 - 3 = 5$$

en passant par des **représentations** et des **schémas**
pour apprendre à choisir et ordonner les opérations
ou **poser le calcul**

Fil 5 : calculer

du comptage

- ✓ deux nombres consécutifs sont reliés par la relation « +1 » :

6 (+1), 7

- ✓ Surcomptage : 3 + 5 :

5 (+1), 6 (+1), 7 (+1), 8

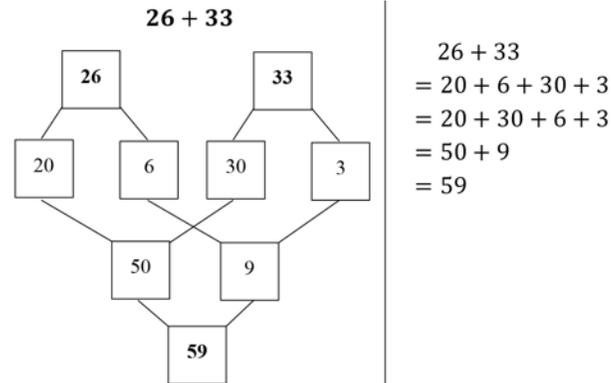
- ✓ Comptage à rebours :

10 - 2 : 10 (-1), 9 (-1), 8

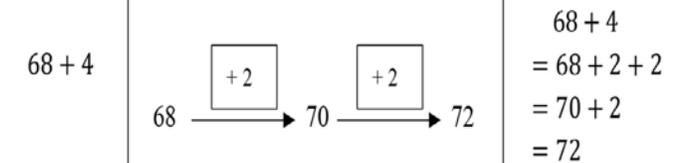
- ✓ Comptage par 2, 5, 10

aux stratégies de calcul réfléchi

Décomposer et associer



Faire des bonds choisis



Calculer un écart

$110 - 98$
ou de 98 à 110 ?
 $= 2 + 10$
 $= 12$

Rééquilibrer

$95 - 68$
+5 (c'est comme) +5
 $100 - 73$
 $= 27$

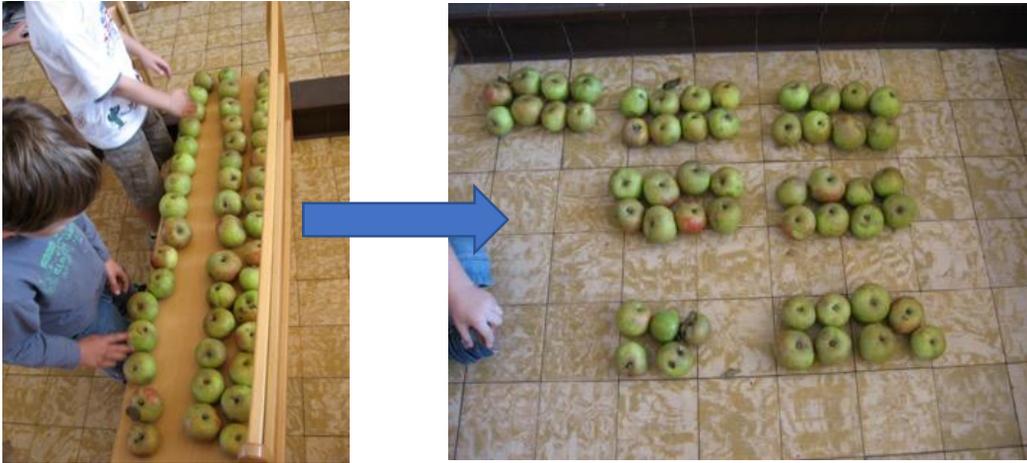
pour apprendre à **choisir et exécuter des stratégies de calcul** adaptées aux nombres et aux opérations en jeu, en s'appuyant sur des **calculs faciles**.

Six balises méthodologiques

- ✓ en vue d'assurer un apprentissage à **tous les élèves/ apprenants**
- ✓ qui conjuguent
 - des principes de didactique générale
 - des postures essentielles pour faire apprendre les élèves/apprenants éloignés au départ de la culture scolaire



Balise 1 : partir du terrain de l'apprenant sans y camper



S'appuyer sur les collections qui arrivent en classe et inviter les enfants à les organiser pour les dénombrer

Et plus tard, imposer la force 5 comme les doigts de la main pour dénombrer les élèves présents



*« Un adulte est motivé par la résolution de problèmes qu'il peut rencontrer mais cela ne veut pas dire qu'il faut se limiter aux achats, au bricolage et à la cuisine. Notre objectif n'est pas prioritairement de résoudre des problèmes concrets mais de permettre aux apprenants de **maitriser des outils mathématiques** grâce auxquels ils pourront **comprendre des situations multiples**. »*

*Ce n'est donc pas très important de savoir si on rencontre le problème dans ces termes. Les problèmes sont choisis parce ce qu'à partir de ceux-ci, il y a moyen d'acquérir une notion fondamentale. On cherche à **sortir du problème pour en saisir la généralité**. » CLAP*

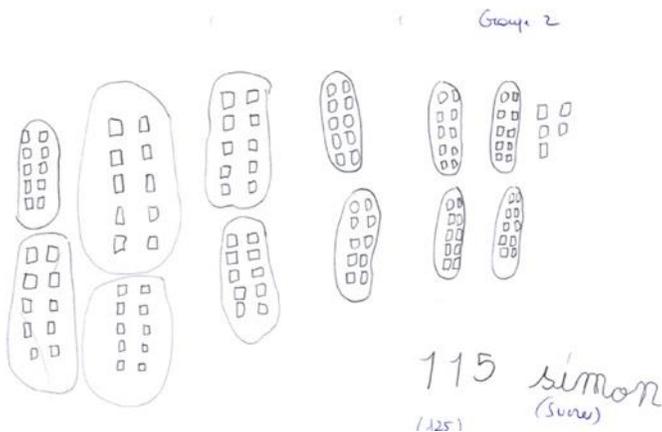
Conférence à ce sujet donnée le 11 décembre 2014
PPT encore accessible

Balise 2 : s'appuyer sur du matériel et apprendre à s'en passer

Organise tes cubes



Dessine ton organisation



Déplace-toi dans le tableau de 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Calcule comme dans le tableau

$13 + 34 : 13 (+10), 23 (+10), 33 (+10), 43 (+1), 44 (+1), 45 (+1), 46 (+1), 47 ;$
 $18 + 55 : 18 (+50), 68 (+2), 70 (+3), 73 ;$
 $16 + 9 : 16 (+10), 26 (-1), 25.$

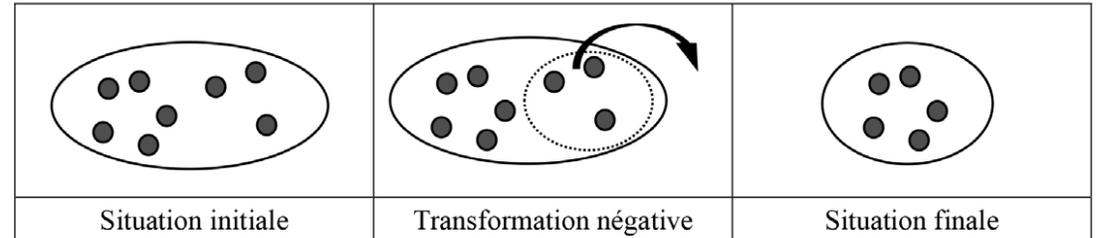
L'utilisation de matériels est un **moyen** et non un **but**. Pour apprendre à s'en passer :

- ✓ **faire choisir** le matériel
- ✓ **mettre les matériels à distance**
- ✓ **faire dessiner** la situation
- ✓ inviter l'élève à **voir le matériel** et son utilisation **dans sa tête**

Balise 3 : schématiser pour catégoriser et modéliser

Distinguer trois étapes

1. approche **concrète** : mises en situation et manipulations
2. présentation **imaginée** : schémas regroupant les situations aux caractéristiques communes
3. présentation **abstraite** : recours aux symboles et au formalisme mathématique



$$8 \xrightarrow{\boxed{-3}} ?$$

$$8 - 3 = \dots$$

Balise 4 : construire les images mentales et les mettre en mémoire

- ✓ Développer des images mentales
 - **des nombres** en lien avec des propriétés utiles
 - **de la numération** décimale
 - **des opérations** en lien avec les différents sens
- ✓ **Inscrire** ces images mentales **dans la tête** par un **travail guidé et répété de mise en mémoire**

Balise 5 : verbaliser et expliciter les objectifs visés

Exprimer l'intention d'apprentissage

“**Nous allons travailler sur les doubles.** On connaît déjà : *un et un, deux ; deux et deux, quatre...* (et on rappelle comment faire les cinq premiers doubles avec ses mains en vis-à-vis). Chacun va écrire tous les doubles qu’il connaît déjà. On va essayer d’aller plus loin et d’en connaître plus, car on sait que quand on a des calculs faciles en tête, ça peut nous aider pour faire des calculs plus difficiles.”



S’assurer que les élèves perçoivent **l’apprentissage au-delà de la tâche**

Sept à vous de jouer !

Pour que les mathématiques deviennent un outil d'**émancipation** pour tous les apprenants, **cela passe par vous...**

Travaillez en équipe pour tisser des séquences d'apprentissage adaptées à votre public à partir des 5 fils conducteurs et en vous appuyant sur les 6 balises méthodologiques.

Rejoignez le cycle des formations qui sont organisées par Lire et Écrire afin de vous donner des outils nécessaires et augmenter votre confiance en vous.



ANNE CHEVALIER

RÉUSSIR L'ENTRÉE EN MATHÉMATIQUES

Construire
les nombres
naturels
et les opérations



CHANGEMENTS
pour l'égalité



Couleur livres

Pour vous **procurer le livre**

- ✓ Votre librairie préférée
- ✓ CGé : commande en ligne

Pour **poursuivre l'échange** :

anne.chevalier@skynet.be

MERCI

Quelques ressources utiles

- ✓ S. BARUK, *Comptes pour petits et grands*, volumes 1 et 2, Magnard
- ✓ N.ROUCHE, *Du quotidien aux mathématiques, Nombres, grandeurs et proportions*, Ellipses, 2006
- ✓ La collection « Faire des maths » de 1^e à 4^e année, Erasme
- ✓ PPT Conférence « Partir du terrain de l'apprenant sans y camper » : https://lire-et-ecrire.be/IMG/pdf/intervention_anne_chevalier_colloque_du_11_decembre_2014.pdf
- ✓ Le journal de l'alpha
 - n°186 : Les maths, le parent pauvre de l'alpha,
 - n°211: A. CHEVALIER, *De la numération orale à la numération écrite...*
 - n°224 (à venir) un article sur les 6 balises méthodologiques



Vos avis ?